



## XIX Congresso Brasileiro de Agrometeorologia

23 a 28 de agosto de 2015

Lavras – MG – Brasil

Agrometeorologia no século 21:

### *O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros*

## **O uso da Distribuição Gama Pareto na modelagem de períodos de seca na cidade de Joaquim Távora – PR<sup>1</sup>**



*Danielle Gonçalves de Oliveira Prado<sup>2</sup>, Devanil Jaques de Souza<sup>3</sup>, Isabelle Gonçalves de Oliveira Prado<sup>4</sup>, Lucas Monteiro Chaves<sup>5</sup>*

<sup>1</sup> Referência ao trabalho

<sup>2</sup>DEX – UFLA. e-mail: danigoprado@hotmail.com

<sup>2</sup>DEX – UFLA.

<sup>3</sup>DMB – UFV.

<sup>4</sup>DEX – UFLA.

**RESUMO:** A seca é um fenômeno climático que ocorre periodicamente e pode causar impactos em diferentes seguimentos da atividade humana. Surge então a necessidade da construção de modelos matemáticos e estatísticos que expliquem melhor a ocorrência desse fenômeno. Essa abordagem tem sido tema de muitos artigos, em particular, vários publicados pelo pesquisador Saralees Nadarajah. Neste trabalho são estimados os parâmetros do modelo bivariado: Gama Bivariada aplicados a dados de seca e não seca da cidade de Joaquim Távora – PR – Brasil.

**PALAVRAS-CHAVE:** distribuição Gama Pareto, precipitação, modelagem.

### **Using the Gamma Pareto Distribution in the drought modeling in the city of Joaquim Távora – PR.**

**ABSTRACT:** Drought is a climatic phenomenon that occurs periodically and is characterized by insufficient rainfall in a particular region for an extended period of time. This recurrent and prolonged water deficit has caused negative impacts on the world economy, reflecting directly on the quality of life. Statistical analysis for these periods of drought and non drought in a particular region is not a simple task. First, it is necessary to have an index to soil water deficit. With this index it is possible to establish accurately whether the period is dry or if the period is not dry. Several probabilistic models have been proposed by researchers in order to characterize hydrological processes, including the bivariate Pareto model range. By the maximum likelihood method we estimate the model parameters and their setting is used a time series of standardized precipitation index (SPI) measured in months, collected by the weather station in the city of Joaquim Távora – Paraná - Brazil.

**KEYWORDS:** Gamma Pareto Distribution, precipitation, modeling.

## **INTRODUÇÃO**

A seca é um fenômeno climático que ocorre periodicamente e é caracterizada pela insuficiência de precipitação pluviométrica numa determinada região por um período prolongado de tempo. Esse déficit recorrente e prolongado de água provoca impactos negativos na economia mundial, refletindo diretamente na qualidade de vida da população.

Segundo Mckee et al. (1993), não existe uma definição específica para descrever o termo seca. Agricultores, pesquisadores, cientistas ou cidadãos comuns têm perspectivas distintas sobre o tema. O dicionário Aurélio define seca como falta de chuva ou período em que a ausência dessa acarreta graves problemas sociais. Palmer (1965) considerou a seca como um intervalo de tempo durante o qual, o índice de precipitação não atinge aquele climatologicamente esperado ou apropriado. Comum a todas as

***O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros***

definições de seca está o fato de ser oriunda de um déficit de precipitação que acarreta em baixa disponibilidade hídrica em relação a alguma atividade.

Devido sua grande complexidade, os índices encontrados relativos a esse fenômeno natural não representam perfeitamente a intensidade e os impactos que a seca provoca nos diferentes segmentos da atividade humana. Essa condição climática provoca constantemente diversos desastres em várias regiões do mundo, o que evidencia a vulnerabilidade do homem a esse risco climático. Surge então necessidade de um melhor entendimento sobre o fenômeno para que haja uma melhor previsão da sua ocorrência e o uso correto de medidas mitigatórias. A construção de modelos matemáticos, estatísticos e computacionais são algumas ferramentas que podem facilitar esse entendimento.

A modelagem estatística para períodos de seca e não seca em uma determinada região não é uma tarefa simples. Primeiramente, é necessário ter um índice de déficit hídrico para o solo. Com esse índice é possível estabelecer de forma precisa se o período é de seca ou se o período é de chuva.

Um dos índices mais utilizados e encontrados na literatura para essa quantificação é o Índice de Severidade de Seca de Palmer (PDSI), desenvolvido por Palmer (1965). Considerando  $X$  como sendo a variável aleatória que representa o período de seca e  $Y$  a variável aleatória que representa o período de não seca, podendo o período ser apresentado em dias, meses ou anos, de acordo com os dados coletados. Várias distribuições bivariadas têm sido propostas para modelar o comportamento conjunto de  $(X, Y)$ . Em particular, esse problema foi abordado por Saralees Nadarajah (Nadarajah, 2007 e 2009; Nadarajah e Gupta (2007). Nesses artigos são utilizadas distribuições gama bivariadas generalizadas, modelando dados de período de chuva e seca dos últimos 108 anos no estado de Nebraska, EUA.

Objetivou-se com este trabalho avaliar a Distribuição Gama Pareto na modelagem dos fenômenos de seca, a partir de Índices Padronizados de Precipitação (SPI).

## **MATERIAIS E MÉTODOS**

Os dados, compostos por Índices Padronizados de Precipitação, (SPI), foram fornecidos pela estação meteorológica código 2349030, que compõe o conjunto de estações de 3 redes de agências que operam no Paraná: IAPAR, SIMEPAR e INMET. A estação, localizada na cidade de Joaquim Távora, Paraná, tem coordenadas geográficas dadas por 23° 30' de latitude sul, 49° 55' de longitude oeste e 512 metros de altitude.

A série histórica dos dados foi relatada em meses, com início em janeiro de 1976 e fim em dezembro de 2005, totalizando 360 meses (30 anos). Os meses que apresentaram valores de SPI abaixo de -1 foram considerados como período de seca e, os demais, foram considerados períodos de não seca.

A partir da tabela dos dados, realizou-se a contagem dos meses consecutivos de não seca ( $X$ ) e dos meses subsequentes de seca ( $Y$ ). Os dados pareados  $(X, Y)$  de não seca e ajustados pela distribuição Gama Pareto.

O método de estimação de parâmetros utilizado foi o Método da Máxima Verossimilhança, o que implicou em sistemas que foram solucionados através de método iterativo. A qualidade de ajuste do modelo foi verificada por meio de gráficos de probabilidade (PP-plot).

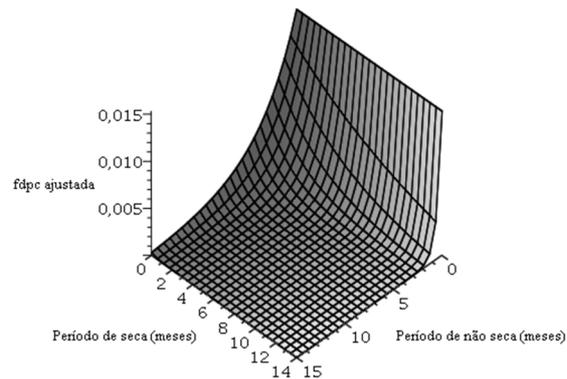
## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Para o ajuste do modelo Gama Pareto foi utilizado uma série histórica de índices padronizados de precipitação (SPI) medidos em meses, coletados pela estação meteorológica na cidade de Joaquim Távora no estado do Paraná. As estimativas foram obtidas pelo método da máxima verossimilhança.

**Tabela 29.** Parâmetros estimados

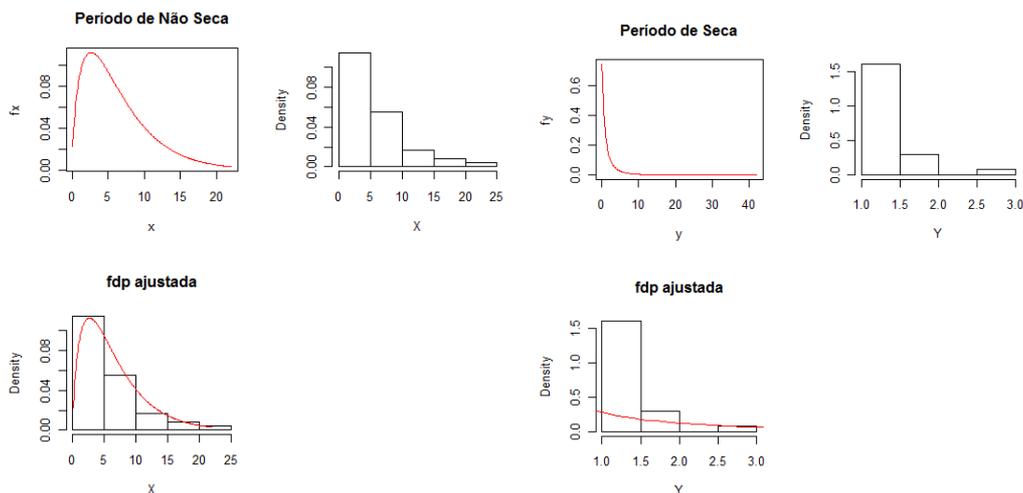
Modelo	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{c}$	L	p	AICc
Gama Pareto	0.26384231	1.695327183	0.13314447	-200.58	3	407.7137

O formato do modelo Gama Pareto Bivariado com os parâmetros  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$  e  $\hat{c}$  estimados pode ser observado na Figura 1.



**Figura 41.** Gama Pareto

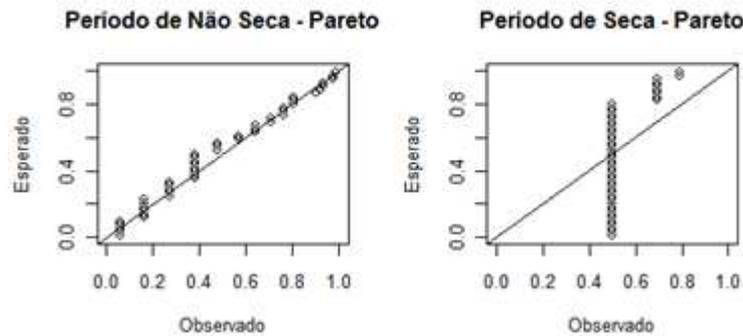
O ajuste gráfico das marginais pode ser visualizado nas Figuras 2 e 3. O ajuste das marginais para o modelo relativo ao período de não seca foi satisfatório, porém para o período de seca o ajuste foi insatisfatório. Tal fenômeno pode ser ainda melhor investigado utilizando-se gráficos PP-Plot, conforme demonstrado na Figura 4.



**Figura 43.** Ajuste da marginal X ao histograma de frequência dos períodos de não seca

**Figura 42.** Ajuste da marginal Y ao histograma de frequência dos períodos de seca

O critério para considerar que o ajuste seja satisfatório foi a aproximação dos dados à reta de 45°. Portanto, o modelo Gama Pareto explicou bem os dados para o período de não seca. Já para o período de seca, o ajuste apresentou-se insatisfatório.



**Figura 44.** Gráficos de PP-Plot

No Brasil, a disponibilidade de dados de SPI é muito baixa. O estado do Paraná foi o único estado brasileiro a fornecer tais dados para o estudo. É provável que, para o período de seca, o insuficiente ajuste se deu em razão da ausência de longos períodos de seca na cidade de Joaquim Távora. Do total de 360 meses analisados, apenas 58 meses foram secos. Esses meses secos agruparam-se em 3 classes, sem ultrapassar 3 meses consecutivos de seca: 38 épocas em que ocorreu 1 mês consecutivo de seca, 7 épocas em que ocorreu 2 meses consecutivos de seca e 2 épocas em que ocorreu 3 meses consecutivos de seca. Os outros 302 meses de não seca foram distribuídos em classes que variaram de 1 mês consecutivo de não seca até 22 meses consecutivos de não seca de forma bastante heterogênea.

## CONCLUSÕES

O modelo Gama Pareto explicou bem os dados para o período de não seca. No entanto, para o período de seca, o ajuste apresentou-se insatisfatório. Esse fato pode estar relacionado à ausência de longos períodos de seca na cidade de Joaquim Távora.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLAIN, G. C. **Avaliação e adaptação do Índice de Severidade de Seca de Palmer (PDSI) e do Índice Padronizado de Precipitação (SPI) às condições climáticas do Estado de São Paulo.** 2005. 120p. Dissertação (Mestrado em Agricultura Tropical e Sub-tropical) – Instituto Agrônomo, Campinas – SP, 2005.

BOZDOGAN, H. **Model selection and Akaike's Information Criterion (AIC): the General Theory and its Analytical Extensions.** Psychometrika, v. 52, n. 3, p. 345-370, 1987.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. **Multimodel inference: understanding aic and bic in model selection.** Sociological Methods and Research. Beverly Hills, v.33, n.2, p.261-304, may 2004.

PRADO, D.G.O. **As distribuições Gama Bivariada e Gama Pareto na modelagem de períodos de seca.** 2012. 56p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – UFLA, Lavras.

JOHNSON, N.L.; KOTZ, S.; BALAKRISHNAN, N. **Continuous Univariate Distributions.** 2.ed.,



**XIX Congresso Brasileiro de Agrometeorologia**

23 a 28 de agosto de 2015

Lavras – MG – Brasil

Agrometeorologia no século 21:

***O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros***

John Wiley and Sons, New York, v. 1, 1994.



NADARAJAH, S. **A bivariate distribution with gamma and beta marginals with application to drought date.** Journal of Applied Statistics, v. 36, p. 277-301, mar. 2009.

NADARAJAH, S. **A bivariate gamma model for drought,** Water Resour. Res. 43, 2007.