



XIX Congresso Brasileiro de Agrometeorologia

23 a 28 de agosto de 2015

Lavras – MG – Brasil

Agrometeorologia no século 21:

O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros

Estudo da distribuição de probabilidades kappa 4 Parâmetros para dados de precipitação máxima diária anual para cidade de Barbacena-MG



Marcelo Linon Batista²; Gilberto Coelho³; Lucas Machado Pontes⁴

¹ Trabalho elaborado como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos em Sistemas Agrícolas da Universidade Federal de Lavras - UFLA, para obtenção do título de Doutorado.

² Eng. Agrícola, Doutorando, Depto. de Engenharia, UFLA, Lavras - MG, marclinton@yahoo.com.br

³ Eng. Agrícola, Prof. Associado, Depto. de Engenharia, UFLA, Lavras - MG, coelho@deg.ufla.br

⁴ Eng. Ambiental, Doutorando, Depto. Ciência do Solo, UFLA, Lavras - MG, lucas.pontesm@gmail.com

RESUMO: As distribuições de probabilidade (DP's) são ferramentas que auxiliam na compreensão de fenômenos hidrológicos estocásticos. Elas são utilizadas em uma grande variedade de estudos hidrológicos: precipitação máxima, vazões mínimas, precipitações totais, etc. As DP's clássicas utilizadas no Brasil para estudo de extremos hidrológicos são a lognormal, GEV, Gumbel e Weibull. Entretanto, outras distribuições vêm sendo utilizadas em outros países, como a distribuição Kappa e Wakeby. Este trabalho tem como objetivo utilizar a distribuição Kappa 4 parâmetros e suas derivadas e aplicá-la aos dados de precipitação máxima diária anual da estação pluviométrica de Barbacena MG, avaliando sua aderência por meio do teste Anderson Darling. Como resultado observou-se que as distribuições GEV e K4P ($h < 0$) foram as que melhor se adequaram aos dados das estações, porém a K4P apresentou uma limitação em seu limite superior, tornando-se inadequada neste caso.

PALAVRAS-CHAVE: Kappa, precipitação máxima.

ABSTRACT: The probability distributions (DP's) are tools that help in understanding stochastic hydrological phenomena. They are used in a wide variety of hydrological studies: maximum rainfall, minimum flows, total precipitation, etc. Classic DP's used in Brazil to study hydrological extremes are lognormal, GEV, Gumbel and Weibull. However, other distributions have been used in other countries, such as Kappa and Wakeby distribution. This paper aims to use the Kappa distribution parameters 4 and its derivatives and apply it to data of annual maximum daily precipitation of rainfall station Barbacena MG, assessing their adherence through the Anderson Darling test. As a result it was observed that the GEV K4P and distributions ($h < 0$) had the best stations are suited to the data, but the K4P had a limitation in its upper limit, making it inappropriate in this case.

KEY WORDS: Kappa, maximum rainfall.

INTRODUÇÃO

A modelagem de séries temporais hidrológicas é de fundamental importância para subsidiar os projetos de estruturas hidráulicas e o gerenciamento do recursos hídricos de uma determinada região. Os dados de variáveis hidrológicas observados de uma estação, podem ser modelados a partir de uma distribuição de probabilidades específica. A escolha da distribuição a ser utilizada é baseada no tipo de estudo. Naghettini e Pinto 2007 consideram a distribuição normal adequada aos dados de precipitações e vazões totais. Para estudos de variáveis extremas, tais como: vazões e precipitações máximas ou vazões mínimas são utilizados as distribuição do tipo Gumbel, Log-Normal, Weibull. A modelagem de variáveis



XIX Congresso Brasileiro de Agrometeorologia

23 a 28 de agosto de 2015

Lavras – MG – Brasil

Agrometeorologia no século 21:



O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros

hidrológicas extremas (máximo ou mínimo) são de importância relevante no projetos de hidráulicos. Por exemplo, a partir do dados de precipitação máxima diária anual é possível estimar a equação de chuvas intensas, via desagregação de chuvas, de uma localidade.

Normalmente é frequente a aplicação de mais uma distribuição de probabilidade no intuito de verificar por meio de teste de aderência qual das distribuições é mais adequada para os dados observados. Vários são os testes para verificação de desempenho da distribuição. Batista (2013) relata que os testes de aderência servem para testar hipóteses sobre a distribuição dos dados, entre os quais podem ser citados: Kolmogorov-Smirnov, Qui-Quadrado, Anderson-Darling e Filliben.

Existem algumas distribuições de probabilidades especiais, também chamadas de famílias de distribuição de probabilidades, pois englobam mais de uma distribuição, por exemplo Queiroz et al (2005) descrevem a Distribuição Generalizada de Valores (GEV). Esta distribuição combina os três possíveis tipos de distribuição de valores extremos, (Gumbel, Weibull, Fréchet) em uma forma única. Outro exemplo é a distribuição Kappa, esta composta por 3 distribuições: A GEV, distribuição Generalizada Logística e a distribuição de Pareto. Singh et al (2003) asseveram que a utilização de família de distribuições é interessante devido a sua versatilidade e a capacidade representar populações mistas.

Por isso o objetivo desse trabalho é investigar a distribuição de probabilidade Kappa 4 parâmetros e suas distribuições derivadas isoladamente: GEV, Pareto, Distribuição Logística para dados de precipitação máxima diária anual para estação pluviométrica de Barbacena - MG, e comparar avaliação da aderência aos dados observados por meio do teste Anderson Darling.

MATERIAIS E MÉTODOS

Base de Dados

No presente trabalho foram utilizados dados de precipitação da cidade de Barbacena-MG, obtidos pelo Sistema Nacional de Informação de Recursos Hídricos (SINRH), disponibilizados pela Agência Nacional de Águas. A partir do dados obtidos gerou-se uma subsérie de precipitação máxima diária anual, apresentado no gráfico 1 abaixo. Foram utilizados 57 anos de observação, compreendidos entre os anos 1956 e 2013. A cidade de Barbacena-MG está localizada entre as coordenadas de latitude 21°13'33" Sul e longitude 43°46'25" Oeste. O clima é do tipo Cwb segundo a classificação de Köppen. Para Ribeiro et al, (2007) a região de Barbacena é conhecida por ter enfoque na fruticultura e floricultura e ainda atividades de olericultura, produção de grãos e pastagens. Os mesmo autores citados acima relatam que as principais culturas produzidas na região, possuem período de safras entre os meses de novembro a março. Portanto, por ter vocação agrícola a caracterização (modelagem) da precipitação se torna importante elemento.

Para dados obtidos observarmos que a média da precipitação máxima diária anual é de 74,8 mm e o valor máximo e mínimo é respectivamente 121 mm e 42mm.

O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros

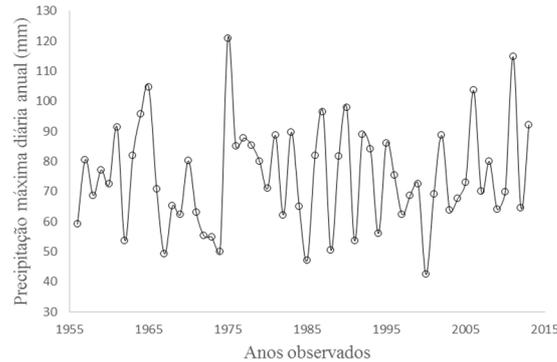


Figura 1. Série temporal da precipitação máxima diária anual entre os anos de 1956-2013 para cidade de Barbacena-MG

Distribuição de Probabilidade Kappa 4 parâmetros (K4P)

A distribuição Kappa (K4P) é uma distribuição de 4 parâmetros. Pode ser amplamente utilizada, pois engloba 3 distribuições: A GEV, a distribuição Generalizada Logística, distribuição de Pareto. A função inversa acumulativa da distribuição 4KP apresentada por Naghettini e Pinto 2007 é dada por:

$$x = \xi + \frac{\alpha}{\kappa} \left[1 - \left(\frac{1 - F^h}{h} \right)^\kappa \right] \quad (1)$$

Em que, ξ , α , κ , h são parâmetros da distribuição e F é função acumulativa de probabilidade (FCP), isto é, $F = P(x \leq X)$ onde P é probabilidade de não excedência de uma variável aleatória X . A equação (1) na sua forma direta é dada por:

$$F = P(x \leq X) = \left\{ 1 - h \left[1 - \frac{\kappa}{\alpha} (x - \xi) \right]^\frac{1}{\kappa} \right\}^\frac{1}{h} \quad (2)$$

Ao derivarmos a equação (2) em relação a x obteremos a função densidade de probabilidade (FDP) abaixo:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \frac{\kappa}{\alpha} (x - \xi) \right]^\frac{1}{\kappa - 1} \left\{ 1 - h \left[1 - \frac{\kappa}{\alpha} (x - \xi) \right]^\frac{1}{\kappa} \right\}^\frac{1}{h - 1} \quad (3)$$

Sigh et al (2003) descrevem os parâmetros h e κ como parâmetros de forma, α como parâmetro de escala e ξ parâmetro de posição. Os autores estabelecem 7 restrições: (1) $\alpha > 0$ para todos os casos; (2) para $h > 0$ e $\kappa > 0$, então $\xi + [\alpha(1 - 1/h^\kappa) / \kappa] \leq x \leq \xi + \alpha/\kappa$; (3) para $h > 0$ e $\kappa = 0$, então $\xi + \alpha \cdot \log h \leq x \leq \infty$; (4) se $h > 0$ e $\kappa < 0$, então $\xi + [\alpha(1 - 1/h^\kappa) / \kappa] \leq x < \infty$; (5) se $h \leq 0$ e $\kappa > 0$, então $-\infty \leq x \leq [\alpha(1 - 1/h^\kappa) / \kappa]$; (6) se $h \leq 0$ e $\kappa = 0$, então $-\infty < x < 0$; (7) se $h \leq 0$ e $\kappa < 0$, então $\xi + \alpha/\kappa \leq x \leq \infty$. Em função dos valores dos parâmetros de forma κ e h a distribuição K4P resultam nas seguintes distribuições de acordo com a tabela 1. Para estimação dos parâmetros existem vários métodos: Momentos, Momentos-L, Máxima Verossimilhança, Entropia. Sigh et al (2003) e Naghettini e Pinto 2007 descrevem detalhadamente os processos de

O desafio do uso sustentável dos biomas brasileiros

estimação. No presente trabalho estimou-se os parâmetros da K4P e GEV, Pareto, Logística Generalizada utilizando o métodos dos Momentos-L de acordo com metodologia de Naghettini e Pinto 2007. Para verificação da aderência das distribuições analisadas, foi realizado o teste de Anderson Darling. (AD).

Tabela 1- Casos especiais da distribuição probabilidade K4P.

Distribuição	ξ	h
Pareto	$\neq 0$	1
GEV	$\neq 0$	0
Logística Generalizada	$\neq 0$	-1

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir dos dados de precipitação máxima diária anual para estação de Barbacena foram gerados os momentos-L amostrais descritos na tabela II.

Tabela 2- Momentos L amostrais

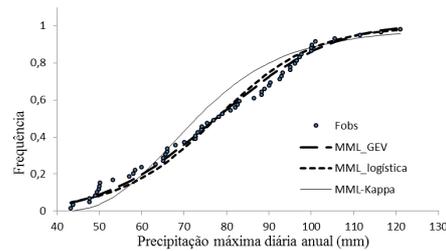
	i	α	λ_i	τ
0		77,5	-	-
1		33,034	77,5	0,1474
2		20,107	11,430	-
3		14,19301	-0,059	-0,00522
4		-	0,4637	0,04057

A partir dos valores obtidos nesta etapa, foram estimados os valores dos parâmetros das distribuições em estudo e descritos na tabela 3.

Tabela 3- Parâmetros das distribuições e AD2 corrigido e p(alfa)

Distribuição	h(forma)	k(forma)	σ (escala)	ξ (posição)	AD Corrigido	p(alfa)	Resultado
K4P	-0,578 h<0	0,1029	14,66	74,97	0,578	0,757	Adequada
	0,549 h>0	0,626	36,077	60,8	4,293	0,757	Não Adequada
GEV	-	0,2932	20,2815	70,4805	0,397	11,8	Adequada
LOGÍSTICA	-1	0,00521	77,5981	11,4303	0,678	11,8	Adequada
PARETO	1	1,0209	42,9675	69,7895	12	11,8	Não Adequada

O resultado do teste Anderson Darling demonstrou que para as distribuições derivadas da K4P analisadas isoladamente a GEV apresentou o melhor resultado, apresentando um AD corrigido de 0,397. A distribuição de probabilidade Pareto e K4P quando h>0 não passou no teste do AD. Para distribuição K4P considerando h<0 a distribuição foi adequada resultando um AD= 0,578. A partir de uma análise visual da figura 2 pode-se concluir que no geral que as distribuições (GEV, K4P h<0, Pareto) acompanharam o comportamento dos dados observados, destacando a distribuição GEV.



A partir dos parâmetros é possível estimar um quantil associados a diferentes tempos de retorno para três distribuições de acordo com tabela 4. De modo geral observamos valores aproximados para distribuições analisadas para tempos de retorno analisados.

Tabela 4 Quantil associado a tempo a tempos de retorno 50 e 100 anos

Distribuição	Tempo de retorno	
	50 anos	100 anos
K4P	44 mm	65 mm
GEV	52 mm	70 mm
Pareto	50 mm	69 mm
Logística	51 mm	68 mm

CONCLUSÕES

Verificou-se a qualidade do ajuste da distribuição de probabilidades K4P e três de suas distribuições derivadas (GEV, LOGÍSTICA, PARETO) aos dados de precipitação máxima diária anual da estação pluviométrica de Barbacena. Considerando a análise de aderência a distribuição GEV apresentou o melhor resultado. Porém a distribuição $K4P_{h<0}$ também foi adequada, sinalizando a possibilidade de uso. Para trabalhos futuros pode-se verificar a sua eficiência para outras estações pluviométricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BATISTA, M. L. **Precipitação Máxima Diária Anual na Região Sudeste do Brasil: Distribuição de Probabilidade e Análise Espacial**. 2013. 68 p. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos em Sistemas Agrícolas) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

NAGHETTINI, M.; Pinto, E. J. A. **Hidrologia estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007. 553p.

QUEIROZ, M. M. F.; Chaudhry, F. H. **Análise de eventos hidrológicos extremos, usando-se a distribuição GEV e momentos LH**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.10, p.381-389, 2006.

RIBEIRO, Bruno Teixeira et al . **Comparação de distribuições de probabilidade e estimativa da precipitação provável para região de Barbacena, MG**. Ciênc. agrotec., Lavras , v. 31, n. 5, p. 1297-1302, Oct. 2007.

SIGH, V.P; DENG, Z.Q **Entropy-Based Parameter Estimation for Kappa Distribution** Journal of Hydrologic Engineering. Reston, USA, Vol. 8, No. 2, March , 2003.