

# EMPREGO DE UM MODELO DE DISPERSÃO TURBULENTO NO ESTUDO DA UNIVERSALIDADE DA TAXA DE DISSIPACÃO DA ENERGIA

JULIANA B. GONÇALVES<sup>1</sup>, GERVÁSIO A. DEGRAZIA<sup>2</sup>, JONAS C. CARVALHO<sup>3</sup>, DÉBORA R. ROBERTI<sup>4</sup>, ANDRÉA U. TIMM<sup>5</sup>, SILVANA MALDANER<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Lic. em física, Mestre em Meteorologia, Doutoranda em Física, Departamento de Física, UFSM, Santa Maria, RS, [ju-1302@hotmail.com](mailto:ju-1302@hotmail.com)

<sup>2</sup>Prof. Doutor, Departamento de Física, UFSM, Santa Maria, RS

<sup>3</sup>Prof. Doutor, Faculdade de Meteorologia, UFPEL, Pelotas, RS

<sup>4</sup>Prof. Dr<sup>a</sup>, Departamento de Física, UFSM, Santa Maria, RS

<sup>5</sup>Doutoranda em Física, Departamento de Física, UFSM, Santa Maria, RS

<sup>6</sup>Doutoranda em Física, Departamento de Física, UFSM, Santa Maria, RS

Apresentado no XVII Congresso Brasileiro de Agrometeorologia – 18 a 21 de julho de 2011 – SESC Centro de Turismo de Guarapari, Guarapari – ES.

**RESUMO:** Neste estudo foram empregadas diferentes funções de autocorrelação e expansões em série de Maclaurin na derivação de expressões que descrevem a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Estas expressões apresentam a mesma forma funcional, porém são descritas em termos de diferentes coeficientes numéricos. Os valores obtidos para os coeficientes numéricos foram empregados em um modelo de dispersão estocástico Lagrangiano para simular a dispersão de contaminantes na Camada Limite Planetária (CLP). Os resultados das simulações foram comparados com dados de concentração do experimento de Copenhague. O bom desempenho da parametrização e a análise através de índices estatísticos permitiram concluir que as relações matemáticas que descrevem a taxa de dissipação da turbulenta, apresentam uma incerteza. A análise desenvolvida nesse estudo permite concluir que não existe uma forma funcional universal descrevendo a taxa de dissipação de energia turbulenta.

**PALAVRAS-CHAVE:** taxa de dissipação de energia turbulenta, funções de autocorrelação, modelos de dispersão estocásticos Lagrangianos.

## EMPLOYING A TURBULENT DISPERSION MODEL TO STUDY THE UNIVERSALITY OF DISSIPATION RATE

**ABSTRACT:** This study employed different autocorrelation functions and Maclaurin series expansions in the derivation of expressions describing the dissipation rate of turbulent kinetic energy. These expressions have the same functional form, but are described in terms of different numerical coefficients. The values obtained for the numerical coefficients were used in a Lagrangian stochastic dispersion model to simulate the dispersion of contaminants in the Planetary Boundary Layer (PBL). The simulation results were compared with concentration data observed in the Copenhagen experiment. The good performance of the parameterization and analysis through statistical indices showed that the mathematical relationships that describe the turbulent dissipation rate present an uncertainty. The analysis developed in this study indicates that there is no a universal functional form describing the dissipation rate of turbulent energy.

**KEYWORDS:** dissipation rate of turbulent energy, autocorrelation functions, Lagrangian stochastic dispersion models.

**1. INTRODUÇÃO:** Os problemas resultantes da poluição do ar afetam os ecossistemas e são de difícil descrição. Devido às dificuldades observacionais, o transporte de poluentes na atmosfera é normalmente estudado através de modelos matemáticos baseados em aproximações Lagrangianas e Eulerianas. O modelo LAMBDA é um modelo tridimensional que simula a dispersão de poluentes sobre terreno plano. As partículas simuladas permitem compreender os processos físicos que ocorrem nas partículas reais. A seguinte relação para a taxa de dissipação da turbulência (Hinze, 1975; Arya, 1999; Pope, 2000; and Yeung, 2002),

$$\varepsilon = \frac{n_c \sigma^2}{C_0 T_L} \quad (1)$$

Onde  $\sigma^2$  é a variância de velocidade,  $T_L$  é a escala de tempo integral Lagrangiana,  $C_0$  é a constante de Kolmogorov e  $n_c$  é um coeficiente numérico, estabelece uma premissa fundamental na teoria da turbulência bem desenvolvida. A razão (1) mostra que a ordem de magnitude de  $\varepsilon$  é fornecida pelas quantidades que caracterizam os turbilhões mais energéticos. A formulação (1) com valor de  $n_c = 2$  tem sido exaustivamente empregada em parametrizações da turbulência e aplicada em modelos de dispersão estocásticos Lagrangianos (Thomson, 1987; Luhar e Britter, 1989; Sawford, 1991; Pope, 1994; Ferrero e Anfossi, 1998a, b; Yeung, 2002). Apesar da expressão (1) ser muito utilizada, uma análise proposta por Degrazia et al. (2005) mostrou que a escolha da função de autocorrelação para a velocidade turbulenta, pode definir outras magnitudes para  $n_c$ . O objetivo deste trabalho é empregar funções conhecidas de autocorrelação e expansões em séries de Maclaurin, para derivar expressões da forma da Eq. (1) contendo diferentes magnitudes do coeficiente numérico  $n_c$ . Um objetivo adicional é utilizar estes diferentes coeficientes numéricos para simular numericamente a dispersão de contaminantes na CLP.

## 2. DERIVAÇÕES PARA O COEFICIENTE NUMÉRICO $n_c$ UTILIZANDO-SE DIFERENTES FUNÇÕES DE AUTOCORRELAÇÃO:

Tennekes (1982) utilizou uma forma exponencial para a função de autocorrelação  $e^{-t/T_L}$  e argumentos do subintervalo inercial na teoria estatística da difusão de Taylor (TEDT) e obteve o seguinte parâmetro de dispersão:

$$\left(\overline{X^2}\right) = 2\sigma^2 T_L^2 \left[ \frac{t}{T_L} - 1 + \exp\left(\frac{-t}{T_L}\right) \right] \quad (2)$$

Onde  $t$  é o tempo de viagem da partícula de fluido. Expandindo-se em séries de potência, resulta:

$$C_0 \varepsilon = 2 \frac{\sigma^2}{T_L} \quad (3)$$

Por outro lado, o uso da função de autocorrelação proposta por Degrazia et al., (2005),

$$\rho_L(t) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_L}\right)} - \frac{t}{T_L \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_L}\right)\right)^2} + \frac{1}{4} \frac{t^2}{T_L^2 \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_L}\right)\right)^3} \quad (4)$$

quando substituída na TEDT, permite escrever:

$$\left(\overline{X^2}\right) = \frac{\sigma^2 t^2}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{t}{T_L}\right)} \quad (5)$$

Expandindo-se (5) em série binomial e considerando-se  $t < T_L$ , encontra-se a seguinte expressão para  $\varepsilon$ :

$$C_0 \varepsilon = 3 \frac{\sigma^2}{T_L} \quad (6)$$

A partir de dados experimentais de dispersão, a seguinte função de autocorrelação binomial foi sugerida por Phillips e Panofsky (1982) e Pasquill e Smith (1983):

$$\rho_L(\tau) = \left(1 + \frac{\tau}{T_L}\right)^{-2} \quad (7)$$

A função de autocorrelação (7) satisfaz as condições matemáticas propostas por Hinze (1975, p.59) para a turbulência homogênea, exceto para o critério  $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{d\rho_L}{dt}\right) = 0$ . Substituindo-se (8) na TEDT, encontra-se:

$$\overline{X^2} = 2\sigma^2 T_L \left[ t - T_L \ln\left(1 + \frac{t}{T_L}\right) \right] \quad (8)$$

Seguindo procedimentos anteriores, tem-se:

$$C_0 \varepsilon = 4 \frac{\sigma^2}{T_L} \quad (9)$$

### 3. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS EMPREGANDO O MODELO DE DISPERSÃO LAMBDA E COMPARAÇÕES COM O EXPERIMENTO DE COPENHAGEN: O

LAMBDA (Lagrangian Model for Buoyant Dispersion in Atmosphere) tem sido muito utilizado para estudar a dispersão de contaminantes na camada limite planetária (CLP). É um modelo de partículas estocástico Lagrangiano baseado na forma tridimensional da equação de Langevin para velocidades aleatórias (Thomson, 1987).

O experimento de Copenhagen constituiu em uma série de 23 experimentos em 1978/79 realizados sob condições forte convecção e condições neutras. O contaminante utilizado foi o SF6 lançado de uma fonte de 115m de altura e coletado ao nível do solo por amostradores de concentração em três distâncias na direção preferencial do vento (entre 2 e 6 km da fonte). A região onde os experimentos foram realizados era plana com um comprimento de rugosidade de 0.6m. Os resultados dos 23 experimentos foram utilizados para criar a entrada das simulações no modelo LAMBDA.

**Tabela 1-**Valores de concentração de contaminantes integrada ao nível do solo observados e simulados com coeficientes numéricos distintos para o experimento de Copenhagen.

Experimento	Dist. Fonte (m)	Q(g s <sup>-1</sup> )	CO(µg m <sup>-2</sup> )	CS(µg m <sup>-2</sup> )		
				n <sub>c</sub> = 2	n <sub>c</sub> = 3	n <sub>c</sub> = 4
1	1900	3.2	2074	1417	1924	1592
1	3700	3.2	739	748	627	593
2	2100	3.2	1722	1370	1529	1969
2	4200	3.2	944	1041	925	866
3	1900	3.2	2624	2969	2327	1986
3	3700	3.2	1990	1496	1629	1423
3	5400	3.2	1376	1208	1118	986
4	4000	2.3	2682	2462	2423	1998
5	2100	3.2	2150	2073	1967	1691

5	4200	3.2	1869	1914	1763	1903
5	6100	3.2	1590	965	1070	925
6	2000	3.1	1228	860	799	929
6	4200	3.1	688	663	494	593
6	5900	3.1	567	562	378	490
7	2000	2.4	1608	1143	1092	1759
7	4100	2.4	780	645	607	516
7	5300	2.4	535	497	668	313
8	1900	3.0	1248	1229	989	897
8	3600	3.0	606	800	596	470
8	5300	3.0	456	570	575	427
9	2100	3.3	1511	1326	1208	1244
9	4200	3.3	1026	1071	925	853
9	6000	3.3	855	791	746	803

Os parâmetros estatísticos indicados na tabela 2 são determinados para descrever o desempenho dos modelos de partículas Lagrangeanos (Hanna, 1989):

**Tabela 2** – Índices estatísticos de desempenho do modelo LAMBDA para simulações dos diferentes valores do coeficiente numérico  $n_c$  para o experimento de Copenhagen.

$n_c$	NMSE	FB	FS	R	FA2
2	0.05	0.10	0.05	0.92	1.00
3	0.04	0.16	0.11	0.97	1.00
4	0.08	0.20	0.15	0.93	1.00

**4. CONCLUSÕES:** Neste estudo foi utilizada a teoria da difusão estatística de Taylor com diferentes funções de autocorrelação para se obter parâmetros de dispersão. Os parâmetros de dispersão foram expandidos em séries de Maclaurin para se derivar relações que permitem estimar a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Embora, tendo-se empregado funções de autocorrelação distintas, a análise desenvolvida permite derivar taxas de dissipação que são expressas em termos das mesmas variáveis turbulentas. Neste aspecto, a forma funcional que descreve a taxa de dissipação é sempre a mesma independente da função de autocorrelação. Todavia, a escolha da função de autocorrelação seleciona nestas formas funcionais coeficientes numéricos com magnitudes distintas. Esta variação no valor do coeficiente numérico é causada pela nossa incerteza associada à função de autocorrelação descrevendo uma turbulência bem desenvolvida. As formas funcionais para a taxa de dissipação e seus coeficientes numéricos são importantes no desenvolvimento de modelos de dispersão estocásticos Lagrangianos. Assim, os valores encontrados para o coeficiente numérico  $n_c$  foram testados no modelo de dispersão de contaminantes LAMBDA empregando-se dados experimentais de concentração observados no experimento de Copenhagen. Os resultados de concentração obtidos nas simulações, quando confrontados com as concentrações observadas reproduzem satisfatoriamente as medidas experimentais. Além do mais, os índices estatísticos de validação do modelo mostram que os diferentes valores do coeficiente numérico  $n_c$  não são responsáveis por grandes variações nas concentrações simuladas. Este resultado permite concluir que existe uma incerteza acerca da forma exata da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. Do presente estudo, conclui-se que as relações matemáticas para a forma da taxa de dissipação e para a função de autocorrelação não são universais.

**5. AGRADECIMENTOS:** Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento científico e Tecnológico (CNPq) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) pelo suporte financeiro através das bolsas concedidas a primeira autora.

## **6. REFERÊNCIAS**

ANFOSSI, D. et al. **Tracer dispersion simulation in low wind speed conditions with a new 2D Langevin equation system.** Atmospheric Environment, v.40, p.7234 - 7245, 2006.

CARVALHO, J. C.; DEGRAZIA, G. A.; ANFOSSI, D.; DE CAMPOS, C.R.J.; ROBERTI, D. R.; KERR, A. S. **Lagrangian Stochastic Dispersion Modelling for the Release of Contaminants from Tall and Low Sources.** Meteorologische Zeitschrift, v.11, p.89-97, 2002.

DEGRAZIA, G.A.; ANFOSSI, D. **Estimation of the Kolmogorov constant  $C_0$  from classical statistical diffusion theory.** Atmospheric Environment, v. 32, p.3611-3614, 1998.

DEGRAZIA, G.A. et al. **On the universality of the dissipation rate functional form and of the autocorrelation function exponential form.** Atmospheric Environment, v. 39, p. 1917-1924, 2005.

DEGRAZIA, G.A. et al. **Turbulence parameterization for PBL dispersion models in all stability conditions.** Atmospheric Environment, v. 34, p. 3575-3583, 2000

FERRERO, E. et al. **Lagrangian particle model LAMBDA: evaluation against tracer data.** International Journal Environment and Pollution, v.5, p.360-374, 1995.

FRENKIEL, F.N. **Turbulent diffusion: mean concentration distribution in a flow field of homogeneous turbulence.** Advances in Applied Mechanics, v.3, p.61-107, 1953

HANNA, S.R. **Applications in air pollution modelling.** In: Nieuwstadt, F.T.M., van Dop, H. (Eds.), Atmospheric Turbulence and Air Pollution Modelling. Reidel, Dordrecht, p.275-310, 1982.

HINZE, J.O. **Turbulence.** McGraw-Hill, New York, 1975, 790p.

OBUKHOV, A.M. **Description of turbulence in terms of Lagrangian variables.** **Atmospheric Diffusion and Air Pollution** (Ed. F.N. Frenkiel e P.A. Sheppard.), Proceedings of symposium held at Oxford, August 24-29, 1958, p. 113-116, Academic Press, New York, 1959.

TAYLOR, G.I. **The present position in the theory of turbulent diffusion.** Advances in Geophysics, v.6, p.101-111, 1959.

TENNEKES, H. **The exponential Lagrangian correlation function and turbulent diffusion in the inertial subrange.** Atmospheric Environment, v.13, p.1565-1667, 1979.

THOMSON, D.J. **Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows.** Journal of Fluids Mechanics, v.180, p.529-556, 1987.