

APLICAÇÃO DO MÉTODO INVERSO NA ESTIMAÇÃO DE PROPRIEDADES TÉRMICAS DE SOLOS

Manuella A. P. de S. Silva¹, Zaqueu Ernesto da Silva², Rômulo da Silveira Paz³, Débora de Araújo Paz⁴, José Carlos Figueiredo⁵

1. Eng. Civil, Doutoranda, Pós-graduação em Engenharia Mecânica, UFPB/LES, João Pessoa – PB, Fone: (0 xx 83) 3216-7268, andrademanuella@yahoo.fr

2. Eng. de Mecânico, Prof. Doutor, UFPB/LES, João Pessoa – PB.

3. Meteorologista, Prof. Doutor, DCA/UFCG, Campina Grande – PB,

4. Meteorologista, Técnico em Meteorologia, UFPB/LES, João Pessoa – PB,

5. Meteorologista, Pesquisador, IPMET/UNESP, Bauru – SP.

Apresentado no XV Congresso Brasileiro de Agrometeorologia – 02 a 05 de julho de 2007 – Aracaju – SE

RESUMO: As variações climáticas tem sido motivo de preocupação da comunidade científica e da sociedade como um todo. Vários estudos procuram realizar previsões do tempo e das mudanças climáticas como FIPE nos EUA, EFEDA na Espanha, ABRACOS na Amazônia, HAPEX-MOBILHY na França, HASPEX-SAHEL no Níger, LAMBADA BATERISTA em desenvolvimento na região amazônica ou BOREAIS no Canadá. Nestes estudos, o balanço de energia à superfície terrestre é fundamental pois condiciona a repartição da energia solar através das propriedades térmicas do solo. O conhecimento destas e do perfil de temperatura no solo tornam-se imprescindíveis para alimentar os modelos matemáticos permitindo a caracterização climática da região. A exatidão dos cálculos depende do conhecimento das propriedades termofísicas dos materiais, especificamente a difusividade térmica. Este trabalho apresenta a metodologia para a estimação da difusividade térmica de um solo a partir da solução analítica da equação de condução de calor. A metodologia é exemplificada a partir de uma experiência simulada, sendo os valores estimados comparados aos utilizados na literatura e mostrada a influência dos erros na confiabilidade dos resultados.

PALAVRAS-CHAVE: PROBLEMA INVERSO, CONDUÇÃO DE CALOR EM SOLOS, DIFUSIVIDADE.

APPLICATION OF THE INVERSE METHOD IN THE ESTIMATION OF THERMAL PROPERTIES IN SOILS

ABSTRACT: The climatic variations have been reason the scientific community and all society's concern. Several studies try to accomplish weather forecasts and climatic changes like FIPE in the USA, EFEDA in Spain, ABRACOS in the Amazonian, HAPEX-MOBILHY in France, HASPEX-SAHEL in Niger, LAMBADA BATERISTA in development in amazon or BOREAIS in Canada. In these studies, the energy balance at the terrestrial surface is fundamental because it conditions the partition of the solar energy through the soil thermal properties. The knowledge of these properties and the temperature profile in the soil become indispensable to feed the mathematical models allowing the area climatic characterization. The accuracy of the calculations depends on the knowledge of the materials thermophysical properties, specifically the thermal diffusivity. This work presents the methodology for estimate the soil thermal diffusivity starting from the analytic solution of the heat conduction. The methodology is exemplified starting from simulate experience, the values was compared to the used in the literature and shown the influence of the errors in the results.

KEY-WORDS: INVERSE PROBLEM, CONDUCTION OF HEAT IN SOILS, DIFUSIVITY.

1. INTRODUÇÃO

Vários processos químicos, físicos e biológicos que ocorrem nos solos, são influenciados diretamente pela variação de temperatura como a germinação de sementes e o crescimento de plantas, o que faz importante este estudo para diversas áreas de conhecimento.

Diretamente relacionado à determinação do campo de temperatura está o estudo das propriedades térmicas, visto que estes fatores são determinantes na partição da energia que chega à superfície terrestre. A irradiação solar que chega à superfície depende de fatores climáticos contudo a quantidade de energia que penetra no solo depende de fatores como cor, declividade e cobertura vegetal da área considerada, Brady (1989).

Em relação às das propriedades térmicas, há inúmeros métodos para a sua determinação. Horton et al (1983) e Fuhrer (2000) propõem métodos explícitos diretos e métodos indiretos. Apesar de necessitarem de um maior número de medidas, os métodos indiretos apresentam-se mais eficientes.

O presente estudo visa à estimação da difusividade térmica a partir do conhecimento do campo de temperatura obtido da solução da analítica da equação de condução de calor e dos dados de uma experiência simulada. Um código em linguagem FORTRAN 90, que implementa o Método de Levenberg-Marquardt é utilizado para resolver o problema inverso de estimação da difusividade térmica e avaliar a influência dos erros de medida.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1. Problema Direto - Solução Analítica da Equação de Condução de Calor

O problema direto consiste em determinar o campo de temperatura no solo. Este meio é considerado como um sólido semi-infinito, isotrópico, sendo a temperatura na superfície regida por uma função harmônica no tempo como em Horton *et al* (1983), Musy *et al* (1991), Furher, 2000. A equação de condução de calor unidimensional para regime transiente é expressa na Eq. (1), cujas condições de contorno são representas pelas Eq. (2).

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$T(0,t) = T_0(t) = T_\infty + T_0 \sum_1^{\infty} \text{sen}(\omega nt + \phi) \quad (2a)$$

$$T(z \rightarrow \infty, t) = T_\infty \quad (2b)$$

$T(z,t)$ [°C] é o campo de temperatura a profundidade z [m] e no tempo t [s]. A condutividade térmica (k) [W/m.K] e a capacidade térmica (C) [J/m³.K] não dependem do tempo, profundidade e temperatura, a difusividade térmica é definida como $\alpha=k/C$ [m²/s].

A solução da Eq. (1), utilizando as condições de fronteira dadas pelas Eq.(2), é dada por:

$$T(z,t) = T_\infty + \sum_1^{\infty} e^{-z\sqrt{\frac{\omega n}{2\alpha}}} \text{sen}\left(\omega nt - z\sqrt{\frac{\omega n}{2\alpha}} + \phi\right) \quad (3)$$

Onde o período P é diário, a frequência fundamental é dada por $\omega = 2\pi / P [s^{-1}]$, sendo n é o número do harmônico, $T_0 [C^\circ]$ a amplitude, $\phi [rad]$ o ângulo de fase e $\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}$ [m] a profundidade de penetração da onda.

2.2. Sensibilidade de Parâmetros

O estudo da sensibilidade dos parâmetros permite verificar quais parâmetros tem maior influência sobre o modelo, a possibilidade de estimação simultânea e fatores como melhor posicionamento dos sensores e tamanho da amostra.

O coeficiente de sensibilidade é definido pela primeira derivada da variável medida em relação ao parâmetro desconhecido. Sendo $T(z, t, \mu, \beta)$ uma variável de estado, $z_i = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ uma variável espacial, t o tempo, $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q)$ os parâmetros conhecidos e $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ os parâmetros desconhecidos e é dado por:

$$X_j(z_i, t_n, \mu, \beta) = \left. \frac{\partial T(z, t, \mu, \beta)}{\partial \beta_j} \right|_{z_i, t_n} = X_j)_{i,n} \quad (5)$$

2.3. Problema Inverso

O problema inverso consiste em determinar a difusividade térmica a partir do campo de temperatura obtido no problema direto. Os procedimentos de estimação envolvem um critério composto de uma ou mais funções objetivas que são extremizadas e uma função Bayesiana dada pela Eq. (6).

$$S(\beta) = [Y - T(\beta)]^T W [Y - T(\beta)] + [\mu - \beta]^T U [\mu - \beta] \quad (6)$$

Onde Y ($n \times 1$) é o vetor dos valores experimentais, W ($n \times n$) e U ($p \times p$) são matrizes que dependem do tipo de estimador.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Análise da Sensibilidade aos Parâmetros

Foram estudados os coeficientes de sensibilidade da temperatura à capacidade térmica (C) e a condutividade térmica (k). O comportamento temporal destes coeficientes mostrou a existência de dependência linear entre eles, tornando a estimação simultânea impossível.

Para realizar a identificação, foi utilizada a relação que define a difusividade térmica k/C , reduzindo o problema de estimação a um único parâmetro.

A análise do gráfico indica que quanto maior a profundidade haverá uma maior facilidade na estimação, contudo esta profundidade é limitada pela profundidade de penetração da onda pois a perturbação é necessária para que ocorra a estimação.

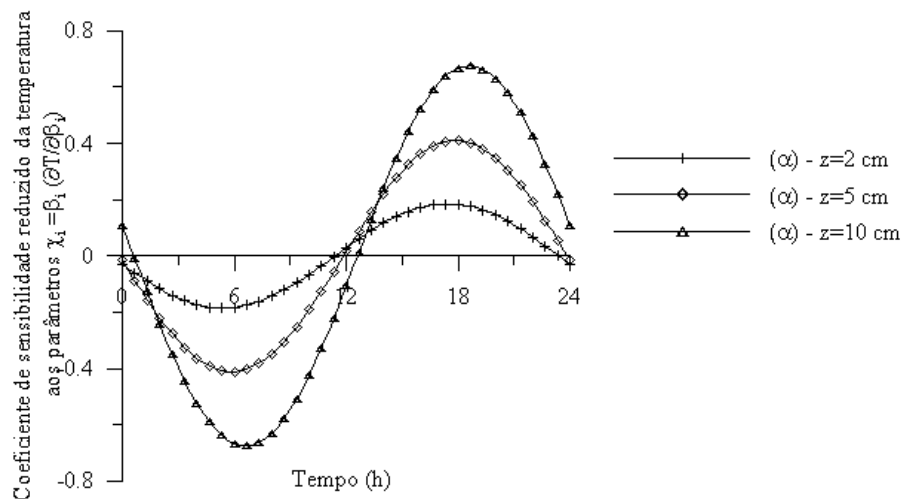


Figura 3.1 – Coeficiente de sensibilidade do modelo à difusividade térmica.

3.2. Estimação de Parâmetro

Para exemplificar a metodologia proposta, um problema inverso de estimação da difusividade térmica em solos é resolvido. Os dados experimentais são obtidos a partir do modelo teórico de difusão de calor em solos, são superpostos erros aleatórios, permanentes, aditivos, de média nula e desvio padrão constante de 1%. A Fig. (3.2) exemplifica uma experiência simulada obtida a partir do perfil de temperatura a uma profundidade de 5 cm.

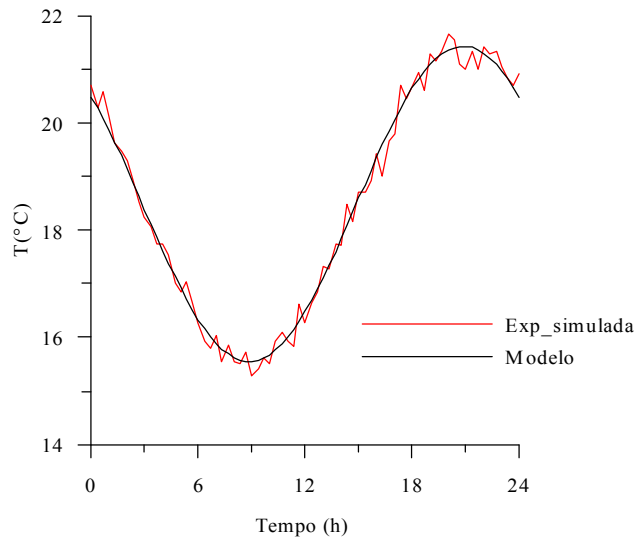


Figura 3.2 – Perfil de temperatura no solo a 5 cm de profundidade, com ruído de 1%.

Foi desenvolvido para a estimação do parâmetro, difusividade térmica aparente (α), um código em linguagem FORTRAN 90 e utilizado Método de Levenberg-Marquardt, Press et al (1992), para a resolução do problema inverso.

Os resultados da estimação podem ser observados na Tab. (3.1). Os valores dos parâmetros conhecidos utilizados foram obtidos em Gülser *et al* (2000) sendo $T_0 = 12,31^{\circ}\text{C}$, $T_{\infty} = 22,40^{\circ}\text{C}$, $\phi = 1,77\text{ rad}$ e $\alpha = 2,33 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}$, para uma profundidade de 10 cm.

Tabela 3.1 – Resultados da estimação da difusividade térmica obtidos a partir de uma experiência simulada.

Profundidade	Valor Conhecido α (m ² /s)	Ruído (%)	Valor Estimado α (m ² /s)
Z = 10 cm	$2,33 \times 10^{-7}$	1	$2,356 \times 10^{-7} \pm 1,590 \times 10^{-9}$
		2	$2,384 \times 10^{-7} \pm 3,210 \times 10^{-9}$
		5	$2,483 \times 10^{-7} \pm 8,274 \times 10^{-9}$

Observa-se na Tab. (5.1) que os valores estimados da difusividade térmica apresentam boa concordância com o valor conhecido do parâmetro. Analisa-se ainda a importância da variação do ruído sobre a precisão da estimação, quanto maior o ruído inserido nas observações, maior é a incerteza.

4. CONCLUSÃO

O problema inverso de estimação de parâmetro foi resolvido. A metodologia proposta para a estimação da difusividade efetiva foi ilustrada através de uma experiência simulada.

O estudo dos coeficientes de sensibilidade foi imprescindível para a determinação do parâmetro a ser estimado, reduzindo o problema à estimação da difusividade térmica. Além disso, o comportamento temporal do coeficiente de sensibilidade permite indicar, neste caso, o melhor posicionamento dos sensores.

Os resultados obtidos comprovam que o aumento dos erros nas medidas diminuem a confiabilidade do resultado alcançado com o aumento das incertezas. Os próximos passos da pesquisa são o projeto e realização de um experimento para estimação a partir de dados reais.

5. AGRADECIMENTOS

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

6. REFERÊNCIAS

- Beck, J. and Arnold, K. J., 1977, Parameter Estimation in Engineering and Science, John Wiley and Sons, New York, p. 495.
- Brandy, Nyle C., 1989, “Natureza e propriedades dos solos”, 7ª Ed. Livraria Freitas Bastos S.A.
- Fuhrer, Oliver, 2000, “Inverse Heat Conduction In Soils – A New Approach Towards Recovering Soil Moisture From Temperature Records”, Diploma Thesis, ETH Zürich, Dept. Physics.
- Gülser, C., Ekberli, M., 2004, “A Comparison of Estimated and Measured Diurnal Soil Temperature Through a Clay Soil Depth”, Journal of Applied Sciences, v. 4, pp. 418-423.
- Horton, R., Wierenga, P. J., Nielsen, D.R., 1983, “Evaluation of Methods for determining the Apparent Thermal Diffusivity of Soil Near the Surface”, Soil Sci. Soc. Am. J, 47, 25-32.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. and Flannery, B. P., 1992, Numerical Recipes in Fortran, The Art of Scientific Computing, New York, Cambridge University Press, p. 963.